

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC



NGUYỄN THỊ HẢI BÌNH

MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ ĐƯỜNG TRÒN EULER,
ĐƯỜNG THẲNG EULER VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC



NGUYỄN THỊ HẢI BÌNH

**MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ ĐƯỜNG TRÒN EULER,
ĐƯỜNG THẲNG EULER VÀ ỨNG DỤNG**

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp

Mã số: 8 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TS. Trần Việt Cường

THÁI NGUYÊN - 2019

Lời cảm ơn

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Trần Việt Cường. Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin chân thành cảm ơn phòng Đào tạo, Khoa Toán - Tin, quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K11 (2018 - 2020) Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 10 năm 2019.

Người viết Luận văn

Nguyễn Thị Hải Bình

Danh mục ký hiệu

$AB \parallel CD$	Đường thẳng AB song song với đường thẳng CD
$AH \perp BC$	Đường thẳng AH vuông góc với đường thẳng BC
\overline{AB}	Cạnh có hướng từ A đến B
$d(L; AB)$	Khoảng cách từ điểm L tới đường thẳng AB
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	Tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF
$(ABCD) = -1$	A, B, C, D là hàng điểm điều hòa

Danh sách hình vẽ

1.1	Z, Y, X thẳng hàng.	2
1.2	Định lý Menelaus	3
1.3	Đường tròn Apollonius.	3
1.4	$MP \parallel NQ$	4
1.5	Phép nghịch đảo tâm O , phương tích k	5
1.6	Tứ giác $APBQ$ là tứ giác điều hòa.	5
1.7	Phép vị tự tâm I , tỉ số k	6
1.8	AD, BE, CF đồng quy tại N	8
1.9	9
1.10	Đường tròn Euler đi qua chín điểm $D, E, F, M, N, P, S, R, Q$. . .	10
1.11	11
1.12	Điểm O_9 là trung điểm của HO	12
1.13	$AO = LE$	13
1.14	H, G, O_9 và O thẳng hàng.	14
1.15	ABC, ABH, BCH và ACH có chung nhau đường tròn Euler. .	15
1.16	15
1.17	16
1.18	18
1.19	20
1.20	22
2.1	O_1, K, H thẳng hàng	24
2.2	D nằm trên OH	25
2.3	G nằm trên đường thẳng Euler của tam giác ABC, ADC, APC	26

2.4	J nằm trên đường thẳng Euler của tam giác AYZ	27
2.5	A' nằm trên đường tròn (I, IO)	28
2.6	M, N, K thẳng hàng	29
2.7	Đường thẳng qua N_a song song PA đi qua N	30
2.8	31
2.9	R, S, T thẳng hàng.	33
2.10	KI đi qua J là tâm Euler của tam giác IBC	34
2.11	HK đi qua trung điểm I của AG	34
2.12	HK đi qua điểm cố định I	36
2.13	Trung trực của AX, EY, CZ đồng quy tại trung điểm của OT	36
2.14	A, I, J thẳng hàng và KJ vuông góc với IJ	37
2.15	Các đường thẳng Euler của các tam giác ABC, AMN, BSR, CPQ đồng quy tại L	38
2.16	39
2.17	$OH \parallel PM$	41
2.18	$MN \parallel BC$	42
2.19	$IJ \parallel OA$	43
2.20	EF vuông góc với MO	44
2.21	Đường tròn ngoại tiếp tam giác DMN luôn đi qua điểm cố định J	46
2.22	Trung trực của PQ luôn đi qua một điểm cố định N	47
2.23	Đường thẳng qua L , song song PK luôn đi qua điểm cố định J	48
2.24	(PTS) đi qua một điểm cố định I	49
2.25	XY đi qua P và điểm cố định M	50
2.26	S, M, P thẳng hàng.	51
2.27	X thuộc $PLE, (PKF)$ và (PZY)	51
2.28	O_1H_1 và O_2H_2 cắt nhau tại M	52
2.29	$(BP_aC), (CP_bA), (AP_cB)$ đồng quy tại Q	53
2.30	Đường tròn Euler của các tam giác APQ, BPQ, CPQ tiếp xúc với nhau tại Q	54
2.31	55

2.32	56
2.33	57
2.34	59
2.35	60
2.36	61
2.37	62

Mục lục

Danh mục ký hiệu	ii
Danh sách hình vẽ	iii
Mở đầu	1
Chương 1. Một số vấn đề về đường tròn Euler, đường thẳng Euler	2
1.1 Một số kiến thức chuẩn bị	2
1.2 Đường tròn và đường thẳng Euler	10
1.2.1 Đường tròn và đường thẳng Euler	10
1.2.2 Một số tính chất của đường tròn và đường thẳng Euler .	12
Chương 2. Một số ứng dụng của đường tròn Euler, đường thẳng Euler	23
2.1 Các bài toán về quan hệ thẳng hàng và đồng quy	23
2.2 Các bài toán về quan hệ song song và vuông góc	40
2.3 Các bài toán về quan hệ điểm và đường cố định	45
2.4 Các bài toán khác	50
Kết luận	64
Tài liệu tham khảo	65

Mở đầu

Đường tròn Euler, đường thẳng Euler là trong những vấn đề thú vị của hình học phẳng. Các bài toán liên quan đến đường tròn Euler, đường thẳng Euler là những bài toán hay và khó. Để giải quyết được những bài toán đó trước tiên là phải hiểu về đường tròn Euler, đường thẳng Euler. Tiếp đó, chúng tôi tìm hiểu việc vận dụng các tính chất của đường tròn Euler, đường thẳng Euler vào việc giải một số dạng toán cụ thể trong hình học phẳng.

Với mong muốn tìm hiểu sâu hơn về vấn đề đường thẳng và đường tròn Euler tôi lựa chọn đề tài "*Một số vấn đề về đường tròn Euler, đường thẳng Euler và ứng dụng*" dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Trần Việt Cường.

Ngoài phần Mở đầu, Kết luận và Tài liệu tham khảo, luận văn gồm hai chương.

Chương 1. Một số vấn đề về đường tròn Euler, đường thẳng Euler.

Trong chương này, ngoài trình bày một số kiến thức chuẩn bị có liên quan đến đề tài, chúng tôi trình bày về định lý đường tròn Euler, đường thẳng Euler và các tính chất của đường tròn Euler, đường thẳng Euler. Các nội dung của chương được tổng hợp từ các tài liệu [1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 15].

Chương 2. Một số ứng dụng của đường tròn Euler, đường thẳng Euler.

Trong chương này, chúng tôi áp dụng các tính chất của đường tròn Euler, đường thẳng Euler vào giải một số dạng toán trong hình học phẳng như: chứng minh thẳng hàng, chứng minh đồng quy, chứng minh song song, chứng minh vuông góc, chứng minh đường thẳng đi qua điểm cố định, chứng minh các đẳng thức hình học... Các nội dung của chương sẽ tham khảo từ các tài liệu [2, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14].

Chương 1

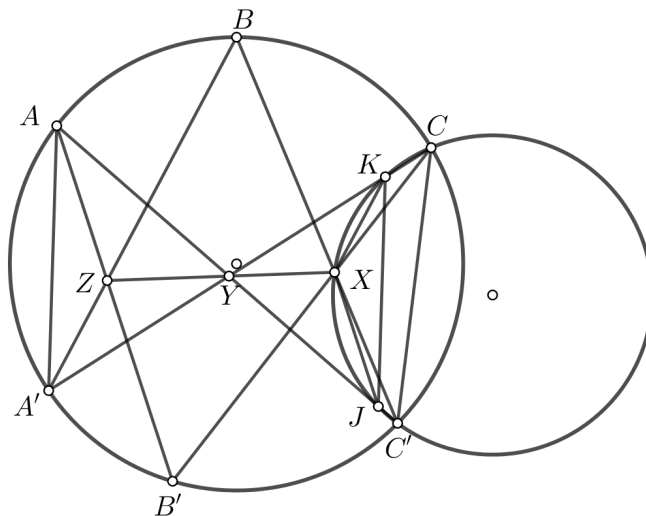
Một số vấn đề về đường tròn Euler, đường thẳng Euler

1.1 Một số kiến thức chuẩn bị

Định nghĩa 1.1.1 ([10]). *Trung điểm các đoạn thẳng thuộc các đường cao kẻ từ đỉnh đến trực tâm của tam giác gọi là các điểm Euler.*

Định lý 1.1.2 (Định lí Thales, [4]). *Nhiều đường thẳng song song cắt hai cát tuyến (đường thẳng) d, d' thì tạo trên d, d' các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.*

Định lý 1.1.3 (Định lí Pascal, [5]). *Cho sáu điểm bất kì A, B, C, A', B', C' cùng thuộc một đường tròn. Khi đó giao điểm của các cặp đường (AB', BA') , (AC', CA') , (BC', CB') thẳng hàng.*



Hình 1.1: Z, Y, X thẳng hàng.